MARATÓN OLÍMPICA

¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!

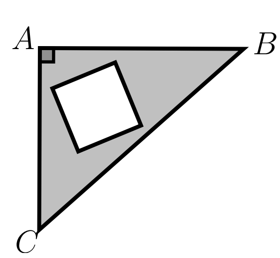
Estimados entrenadores:
La "Maratón Olímpica" hace parte del material de apoyo que ofrece el Equipo de Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, con el fin de promover la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas olímpicos. Sugerimos que difundan este material con sus colegas y estudiantes, a través de las diferentes plataformas digitales o cualquier otro medio que ustedes consideren conveniente. Así mismo, recomendamos incentivar a sus estudiantes en la resolución de estos problemas y la socialización de sus soluciones, promoviendo la creatividad y la búsqueda de métodos alternativos de solución que se destaquen por su sencillez, ingenio y belleza matemática.

Apreciado estudiante:
A continuación encontrará los problemas propuestos para la primera Maratón Olímpica. Tenga en cuenta que los problemas para el nivel Básico están dirigidos, principalmente, a estudiantes de 3^o; los de nivel Medio, a estudiantes de 4^o; y los de nivel Avanzado, a estudiantes de 5^o. A quienes estén iniciando su preparación, sugerimos que intenten resolver los problemas de niveles anteriores. También los invitamos a que compartan sus soluciones a través de las redes sociales con sus compañeros y profesores, con el fin de buscar las soluciones más creativas, sencillas e ingeniosas y si lo desean también las pueden compartir en nuestra página de facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Tu problema puede ser modesto, pero si es un reto a tu curiosidad y trae a juego tus facultades inventivas, y si lo resuelves por tus propios métodos, puedes experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento" - **Pólya.**

PROBLEMAS PROPUESTOS PARA EL NIVEL AVANZADO

1. En la siguiente figura $AB = 9\,cm$, $AC = 8\,cm$ y el área de la región sombreada es $27\,cm^2$. El perímetro del cuadrado en centímetros es

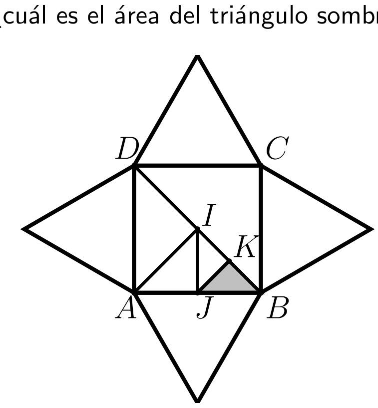


2. ¿Cuántos números capicúa de 4 cifras son múltiplos de 3?

   Nota: *un número se llama* **capicúa** *si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Ejemplo: 4224 es capicúa.*

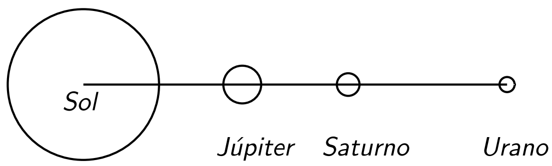
3. Cada día, Sergio sale de su casa a las $5:30\ a.m.$ y debe desplazarse 6.000 metros para ir a la escuela. El hace $\frac{3}{5}$ del trayecto corriendo y el resto caminando, sin hacer pausas. Si corriendo avanza 150 metros en un minuto y caminando avanza 120 metros en un minuto, ¿a qué hora llega a la escuela?

4. En la siguiente figura, $ABCD$ es un cuadrado y los triángulos externos tienen igual área. Los puntos I, J y K son puntos medios de los segmentos $\overline{DB}$, $\overline{AB}$ y $\overline{BI}$ respectivamente. Si el área de la estrella es $48\,cm^2$ y el área de uno de los triángulos externos es $8\,cm^2$, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?



5. Camila quiere elegir una clave de cuatro dígitos para su celular de tal manera que sus dígitos sean impares y que el número resultante se lea igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. ¿Cuántas posibilidades tiene Camila para elegir la clave?

6. El periodo de traslación de un planeta es el tiempo que este demora en dar una vuelta completa alrededor del Sol. Si los periodos de traslación de Júpiter, Saturno y Urano son 12, 30 y 84 años respectivamente, ¿cuántas vueltas debe dar Saturno hasta la próxima vez que los tres planetas vuelvan a estar alineados como muestra la figura?



7. En un colegio, se desea formar a todos los estudiantes de cada grado en filas con el mismo número de estudiantes. Se sabe que

   - los estudiantes de 3° se pueden formar en filas de a 3 o de a 7 estudiantes,
   - los estudiantes de 4° se pueden formar en filas de a 5 o de a 6 estudiantes, y
   - los estudiantes de 5° se pueden formar en filas de a 4 o de a 7 estudiantes.

   Es correcto afirmar que:

   (a) en 3° es donde hay menos estudiantes.
   (b) en 4° hay exactamente 30 estudiantes.
   (c) en 4° se pueden formar filas de 9 estudiantes y sobran 3 estudiantes.
   (d) en 5° se pueden formar filas de 14 estudiantes sin que sobre alguno.

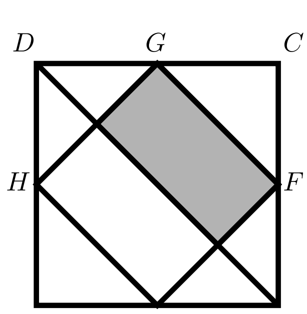
8. En una feria hay un juego que consta de un tablero sobre el cual se encuentran distribuidos 20 globos (5 rojos, 5 amarillos, 5 azules y 5 verdes). Sabiendo que Mariana hizo 5 tiros y en cada uno de ellos reventó un único globo, es correcto afirmar que Mariana reventó

   (a) un globo de cada color.
   (b) por lo menos dos globos del mismo color.
   (c) tres globos del mismo color.
   (d) todos los globos de un solo color.

9. En un grupo de 6 amigos, todos menos Juan tienen la misma cantidad de juguetes cada uno. Si Juan tiene 2 juguetes más que uno de sus amigos, es correcto afirmar que el número total de juguetes que tienen los 6 amigos es

   (a) 12 (b) 8 (c) divisible entre 2 (d) múltiplo de 3

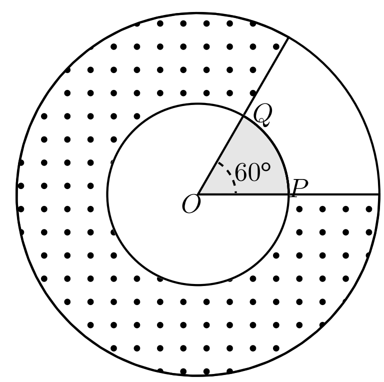
10. En la siguiente figura E, F, G, H son los puntos medios de los lados del cuadrado $ABCD$. ¿Qué fracción del área del cuadrado $ABCD$ representa el área de la figura sombreada?



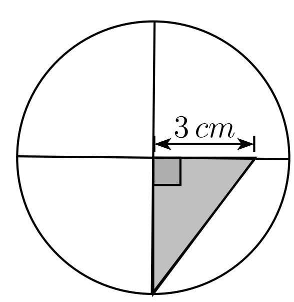
11. ¿Cuántas veces se debe doblar por la mitad una hoja de papel, con grosor de $\frac{1}{8}\,cm$, para conseguir un grosor de $8\ cm$?

12. Un viejo mago matemático sabe que el número ganador de la lotería es un múltiplo de 3 con cuatro cifras, tal que la suma de sus cifras es múltiplo de 11. ¿Cuál es el número mínimo de boletas que debe comprar el mago para estar seguro de ganar la lotería?

13. En la siguiente figura se muestran dos círculos con centro en O. Se sabe que el área del círculo grande es cuatro veces el área del círculo pequeño. Si el ángulo POQ mide 60° y el área de la región sombreada es $1\,cm^2$, ¿cuál es el área de la región punteada?



14. Si el área del triángulo es $6\ cm^2$, ¿cuál es el diámetro de la circunferencia?



15. Este problema consta de tres enunciados. Tenga en cuenta que el enunciado **II** depende de la respuesta del enunciado **I** y el enunciado **III**, de la respuesta del enunciado **II**. En la hoja de respuestas, escriba el procedimiento y la respuesta de cada enunciado en los recuadros correspondientes.

   I. Daniel lanzó un dado tres veces y obtuvo un total de 17 puntos. ¿En cuántos lanzamientos obtuvo 6 puntos?

   II. La edad de Daniel coincide con el primer múltiplo común entre de la cantidad de lanzamientos en los que obtuvo 6 puntos y el número 5. ¿Cuál es la edad de Daniel?

   III. Por cada año de edad de Daniel, su padre le hereda un metro cuadrado de una huerta que tiene forma de cuadrado y el restante lo usa para cultivos. Si el perímetro de la huerta es $20\ m$, ¿cuál es el área cultivada?